

# سوالات استخدای: احتمال و آمار مهندسی پیشرفته

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱) (۱۰۱۰) تابع غبن ماتریس زیر کدام است؟

|       | $\theta_1$ | $\theta_2$ |
|-------|------------|------------|
| $a_1$ | 10         | 80         |
| $a_2$ | 20         | 60         |
| $a_3$ | 30         | 40         |
| $a_4$ | 40         | 20         |

|       | $\theta_1$ | $\theta_2$ |
|-------|------------|------------|
| $a_1$ | 0          | 70         |
| $a_2$ | 0          | 40         |
| $a_3$ | 0          | 10         |
| $a_4$ | 20         | 0          |

|       | $\theta_1$ | $\theta_2$ |
|-------|------------|------------|
| $a_1$ | 0          | 60         |
| $a_2$ | 10         | 40         |
| $a_3$ | 20         | 20         |
| $a_4$ | 30         | 0          |

|       | $\theta_1$ | $\theta_2$ |
|-------|------------|------------|
| $a_1$ | 70         | 0          |
| $a_2$ | 40         | 0          |
| $a_3$ | 10         | 0          |
| $a_4$ | 0          | 20         |

|       | $\theta_1$ | $\theta_2$ |
|-------|------------|------------|
| $a_1$ | 30         | 0          |
| $a_2$ | 20         | 20         |
| $a_3$ | 10         | 40         |
| $a_4$ | 0          | 60         |

۲) (۱۰۱۰) در سه شیوه تصمیم گیری مقادیر زیر موجود است، با استفاده از روش بیز کدام گزینه صحیح است؟  $R(d)$  تابع مخاطره است

$$R(d_1, 1) = 1000, R(d_1, 2) = 2000, R(d_1, 3) = 3000$$

$$R(d_2, 1) = 3000, R(d_2, 2) = 2000, R(d_2, 3) = 1000$$

$$R(d_3, 1) = 2000, R(d_3, 2) = 2000, R(d_3, 3) = 2000$$

$$P(\mu = 1) = \frac{1}{6}, P(\mu = 75) = \frac{2}{6}, P(\mu = 75) = \frac{3}{6}$$

۱) (۱۰۱۰)  $d_1$  شیوه تصمیم گیری بهتری است.

۲) (۱۰۱۰)  $d_2$  شیوه تصمیم گیری بهتری است.

۳) (۱۰۱۰)  $d_3$  شیوه تصمیم گیری بهتری است.

۴) (۱۰۱۰) هر سه شیوه یکسان هستند.

۳(۱۰۱۰) کدام گزینه در مورد خطاهای نوع اول و دوم صحیح است؟

۱(۱۰۱۰) با افزایش حجم نمونه هر دو نوع خطای اول و دوم افزایش می یابند.

۲(۱۰۱۰) با افزایش حجم نمونه خطای اول افزایش و خطای نوع دوم کاهش می یابد.

۳(۱۰۱۰) با افزایش حجم نمونه خطای اول کاهش و خطای نوع دوم افزایش می یابد.

۴(۱۰۱۰) با افزایش حجم نمونه هر دو نوع خطای اول و دوم کاهش می یابند.

۴(۱۰۱۰) کدام گزینه در مورد ناحیه رد  $H_0$  آزمون های یکطرفه صحیح است؟

۱(۱۰۱۰)  $p - value \leq \alpha$       ۲(۱۰۱۰)  $2p - value \leq \alpha$       ۳(۱۰۱۰)  $\alpha \leq p - value$       ۴(۱۰۱۰)  $\alpha \leq 2p - value$

۵(۱۰۱۰) در نمودار OC با فرض ثابت ماندن خطا نوع اول، هر چقدر تعداد نمونه افزایش یابد چه تغییری در شکل نمودار ایجاد می شود؟

۱(۱۰۱۰) قد نمودار بلندتر می شود.

۲(۱۰۱۰) نمودار پهن تر می شود.

۳(۱۰۱۰) قد نمودار کوتاه تر می شود.

۴(۱۰۱۰) نمودار لاغر تر می شود.

۶(۱۰۱۰) در مسأله آزمون فرضی که جامعه نرمال و واریانس معلوم باشد، از چه آماره ای برای آزمون فرض استفاده می شود؟

$$\frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim z \quad (1010)1$$

$$\frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim z \quad (1010)2$$

$$\frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim t_{n-1} \quad (1010)3$$

۴(۱۰۱۰) چون تعداد نمونه داده نشده است نمی توان تعیین کرد.

۷) کدام گزینه در مورد آزمون های دو طرفه صحیح است؟

۱) اگر  $p\text{-value} \leq \alpha$  باشد آنگاه فرض صفر را نمی توان پذیرفت.

۲) اگر  $p\text{-value} \leq \alpha$  باشد آنگاه فرض صفر را نمی توان رد کرد.

۳) اگر  $2p\text{-value} \leq \alpha$  باشد آنگاه فرض صفر را نمی توان پذیرفت.

۴) اگر  $2p\text{-value} \leq \alpha$  باشد آنگاه فرض صفر را نمی توان رد کرد.

۸) آماره آزمون علامت برای انجام آزمون آماری زیر و با استناد بر داده های داده شده، کدام است؟

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 10 \\ H_1 : \mu \neq 10 \end{cases}, 7, 7, 8, 9, 10, 10, 10, 12, 13, 15$$

0.12 (۱۰۱۰)۴

10 (۱۰۱۰)۳

4 (۱۰۱۰)۲

3 (۱۰۱۰)۱

۹) اگر  $E(\hat{\theta}) \neq \theta$  باشد،  $\hat{\theta}$  چه نوع برآورد کننده ای است؟

(۱۰۱۰)۲ برآورد کننده مجانباً نااریب

(۱۰۱۰)۱ برآورد کننده نااریب

(۱۰۱۰)۴ برآورد کننده مجانباً اریب

(۱۰۱۰)۳ برآورد کننده اریب

۱۰) از بین چهار واریانس داده شده در مجموع، کدام یک کاراتر است؟

$$Var(\hat{\theta}_1) = \frac{1}{n}$$

$$Var(\hat{\theta}_2) = \frac{1}{n^2}$$

$$Var(\hat{\theta}_3) = \frac{1}{n!}$$

$$Var(\hat{\theta}_4) = \frac{1}{2^n}$$

$\hat{\theta}_4$  (۱۰۱۰)۴

$\hat{\theta}_3$  (۱۰۱۰)۳

$\hat{\theta}_2$  (۱۰۱۰)۲

$\hat{\theta}_1$  (۱۰۱۰)۱

۱۱) اگر  $n=25, S^2=15$  باشد، برای انجام آزمون  $\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = 18 \\ H_1 : \sigma^2 > 18 \end{cases}$  مقدار آماره آزمون چند است؟ (۱۰۱۰)۱

28.8 (۱۰۱۰)۴

20.8 (۱۰۱۰)۳

30 (۱۰۱۰)۲

20 (۱۰۱۰)۱

۱۲) با افزایش حجم نمونه، خطای فاصله اطمینان میانگین جامعه چه تغییری می کند؟

۱) (۱۰۱۰) تغییری نمی کند.

۲) (۱۰۱۰) بیشتر می شود.

۳) (۱۰۱۰) در حالت کلی نمی توان گفت.

۴) (۱۰۱۰) کمتر می شود.

۱۳) معادله لگاریتمی  $Ln(Y) = LN(C) - \frac{B}{t}$  معادل کدام معادله رگرسیون است؟

۴) (۱۰۱۰)  $Y = e^{(c - \frac{B}{t})}$

۳) (۱۰۱۰)  $Y = (-\frac{B}{t})^C$

۲) (۱۰۱۰)  $Y = C.e^{-\frac{B}{t}}$

۱) (۱۰۱۰)  $Y = C^{-\frac{B}{t}}$

۱۴) در برآورد فاصله ای که به صورت [13,23] به دست آمده است، کدام گزینه می تواند خطای این برآورد فاصله ای را نشان دهد؟

۲) (۱۰۱۰) 18

۱) (۱۰۱۰) اطلاعات کافی نیست.

۴) (۱۰۱۰) 3

۳) (۱۰۱۰) 5

۱۵) اگر در یک برآورد فاصله ای میانگین جامعه، کران بالا 12 و کران پایین 6 باشد، مقدار خطای آن چند است؟

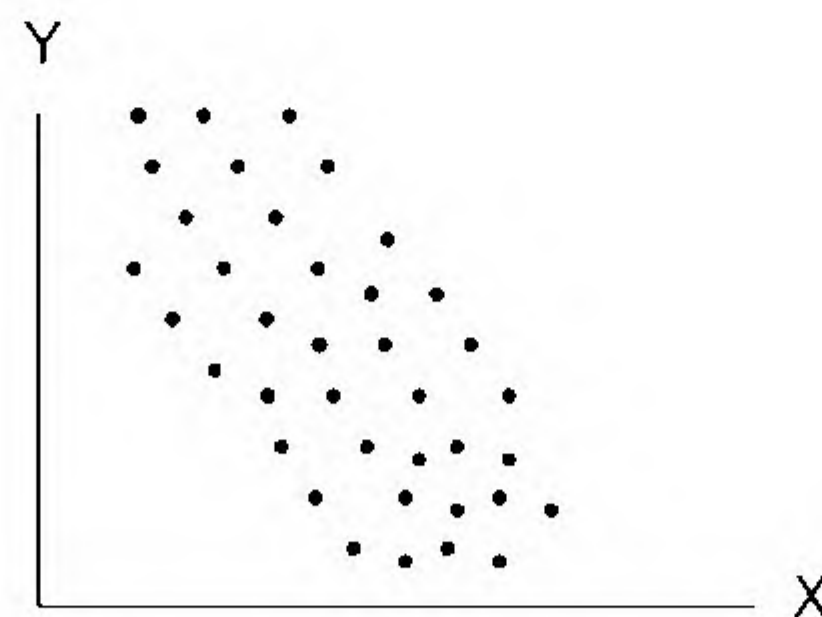
۲) (۱۰۱۰) 3

۱) (۱۰۱۰) 6

۴) (۱۰۱۰) با این اطلاعات نمی توان گفت.

۳) (۱۰۱۰) 9

۱۶) کدام گزینه نوع همبستگی بین دو متغیر X، Y در نمودار زیر را به درستی نشان می دهد؟



۲) (۱۰۱۰) همبستگی معکوس  $-1 < r < 0$

۱) (۱۰۱۰) عدم همبستگی

۴) (۱۰۱۰) همبستگی مستقیم  $0 < r < 1$

۳) (۱۰۱۰) همبستگی کامل و معکوس  $r = -1$



۱۷) (۱۰۱۰) با توجه به جدول زیر مقدار MSE (میانگین مربعات خطا) (میانگین مربعات خطای درون دسته ها) چند است؟

| منبع خطا            | درجه آزادی | میانگین مربعات | آماره F |
|---------------------|------------|----------------|---------|
| تیمار (بین دسته ها) |            | 20             | 5       |
| خطا (درون دسته ها)  | 10         |                |         |

2 (۱۰۱۰)۱      4 (۱۰۱۰)۲      5 (۱۰۱۰)۳      10 (۱۰۱۰)۴

۱۸) (۱۰۱۰) در تحلیل واریانس دوطرفه با یک مشاهده عبارت  $r \sum_j (\bar{X}_{0j} - \bar{X}_{00})^2$  کدام گزینه را نشان می دهد؟

(۱۰۱۰)۱ خطای میان ستونی      (۱۰۱۰)۲ خطای میان سطری

(۱۰۱۰)۳ پس مانده خطا      (۱۰۱۰)۴ مجموع خطا

۱۹) (۱۰۱۰) اگر برای متغیرهای تصادفی  $X, Y$  داشته باشیم:  $E(X)=2, E(Y)=1, E(Y|X)=\alpha+\beta x$  آنگاه کدام رابطه بین  $\alpha$  و  $\beta$  می تواند برقرار باشد؟

(۱۰۱۰)۱  $\alpha+\beta=2$       (۱۰۱۰)۲  $\alpha+\beta=1$       (۱۰۱۰)۳  $\alpha+2\beta=1$       (۱۰۱۰)۴  $2\alpha+\beta=1$

۲۰) (۱۰۱۰) اگر 2 فاصله اطمینان همزمان داشته باشیم، بر اساس نامساوی بانفرایی مقادیر  $\alpha$  به چه مقداری تغییر می کنند؟

(۱۰۱۰)۱  $\frac{\alpha}{2}$       (۱۰۱۰)۲  $\frac{\alpha}{3}$       (۱۰۱۰)۳  $\frac{\alpha}{6}$       (۱۰۱۰)۴  $\frac{\alpha}{4}$



## سوالات تشریحی

۱(۱۰۱۰) با توجه به ماتریس تصمیم گیری  $D$ ، شیوه تصمیم  $d[x]$  و تابع توزیع احتمال پیشین، مقدار توابع مخاطره  $R(d, \theta) \quad \forall \theta$  را بیابید و در مورد نتایج آن تفسیر کنید.

$$D = \begin{matrix} & \theta = 2 & \theta = 4 & \theta = 8 \\ \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$d[x] = \begin{cases} a_1 & 1 \leq \theta < 2 \\ a_2 & 2 \leq \theta < 4 \\ a_3 & 4 \leq \theta \end{cases}$$

$$\pi(z) = \frac{1}{z}, \quad \forall \quad z \geq 1$$

۲(۱۰۱۰) یکی از حالت های آزمون فرض میانگین ها را بیان نموده و یک مثال بزنید.

۳(۱۰۱۰) در یک نمونه تصادفی، 136 نفر از 400 نفری که واکسن آنفلوانزا زده اند، دچار کمی ناراحتی شده اند. یک فاصله اطمینان 95٪ برای نسبت واقعی اشخاصی که بر اثر تزریق واکسن دچار ناراحتی خواهند شد به دست آورید.

|       |      |       |      |          |
|-------|------|-------|------|----------|
| 0.005 | 0.01 | 0.025 | 0.05 | $\alpha$ |
| 2.575 | 2.33 | 1.96  | 1.64 | $z$      |

(۱۰۱۰)۴ مقادیر چهار جامعه به صورت جدول ذیل موجودند. در سطح 0.01 تعیین کنید آیا میانگین چهار جامعه با هم برابرند یا خیر؟ (در صورتیکه مقدار F مورد نیاز در جدول زیر موجود نیست از طریق درونیابی به دست آورید.)

|         | بلوک 1 | بلوک 2 | بلوک 3 |
|---------|--------|--------|--------|
| تیمار 1 | 2      | 3      | 5      |
| تیمار 2 | 1      | 2      | 4      |
| تیمار 3 | 3      | 4      | 6      |
| تیمار 4 | 2      | 2      | 4      |

جدول توزیع F در سطح 0.01

| n2<br>n1 | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 2        | 99.00 | 30.82 | 18.00 | 13.27 | 10.92 |
| 3        | 99.17 | 29.46 | 16.69 | 12.06 | 9.78  |
| 4        | 99.25 | 28.71 | 15.98 | 11.39 | 9.15  |
| 5        | 99.30 | 28.24 | 15.52 | 10.97 | 8.75  |
| 6        | 99.33 | 27.91 | 15.21 | 10.67 | 8.47  |

| شماره سوال | پاسخ صحيح |
|------------|-----------|
| 1          | الف       |
| 2          | ج         |
| 3          | د         |
| 4          | الف       |
| 5          | د         |
| 6          | الف       |
| 7          | ج         |
| 8          | الف       |
| 9          | ج         |
| 10         | ج         |
| 11         | الف       |
| 12         | د         |
| 13         | ب         |
| 14         | ج         |
| 15         | ب         |
| 16         | ب         |
| 17         | ب         |
| 18         | الف       |
| 19         | ج         |
| 20         | الف       |



۱- اگر ماتریس زیر نشان دهنده یک ماتریس تصمیم گیری باشد، به ازای توزیع احتمال پیشین  $p_2=0.2$  و با روش اصل مینیماکس کدام اقدام با کمترین زیان است؟

|       | $\theta_1$ | $\theta_2$ |
|-------|------------|------------|
| $a_1$ | 10         | 80         |
| $a_2$ | 20         | 70         |
| $a_3$ | 30         | 60         |
| $a_4$ | 40         | 50         |

۱.  $a_1$       ۲.  $a_2$       ۳.  $a_3$       ۴.  $a_4$

۲- با توجه به اطلاعات داده شده ذیل، کدام گزینه صحیح است؟

$$D_2 = \begin{matrix} & \theta=2 & \theta=4 \end{matrix} \begin{bmatrix} a_1 & 1 & 2 \\ a_2 & 4 & 1 \\ a_3 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad D_1 = \begin{matrix} & \theta=2 & \theta=4 & \theta=8 \end{matrix} \begin{bmatrix} a_1 & 1 & 2 & 3 \\ a_2 & 4 & 1 & 2 \\ a_3 & 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$d[x] = \begin{cases} a_1 & 1 \leq \theta < 2 \\ a_2 & 2 \leq \theta < 4 \\ a_3 & 4 \leq \theta \end{cases}$$

$$\pi(z) = \frac{1}{z}, \quad \forall \quad z \geq 1$$

۱. مقدار مخاطره  $R(d,2)$  در ماتریس  $D_1$  بیش از مقدار مخاطره  $R(d,2)$  در ماتریس  $D_2$  است.

۲. مقدار مخاطره  $R(d,2)$  در ماتریس  $D_2$  بیش از مقدار مخاطره  $R(d,2)$  در ماتریس  $D_1$  است.

۳. مقدار مخاطره  $R(d,2)$  در دو ماتریس  $D_1$ ،  $D_2$  برابر است.

۴. با توجه به ناکافی بودن اطلاعات مساله قابل تشخیص نیست.

۳- تابع چگالی زیر مفروض است:  $f(x, \theta) = \begin{cases} (1+\theta)x^\theta & \theta > 0, 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{therwise} \end{cases}$  اگر  $H_1: \theta = 1$  ,  $H_0: \theta = 2$  و ناحیه بحرانی به صورت  $\{x|x < 0.25\}$  باشد، خطای نوع دوم کدام است؟

۱.  $\frac{1}{16}$       ۲.  $\frac{1}{4}$       ۳.  $\frac{15}{16}$       ۴.  $\frac{1}{64}$

۴- اگر  $\alpha = 0.05$  و  $\beta = 0.1$  و  $\mu_0 = 72$  و  $\mu_1 = 75$  و  $\sigma = 2$  و آزمون دوطرفه باشد، تعداد  $n$  موردنیاز به عنوان اندازه نمونه چند باشد، مناسب است؟

|          |       |      |       |       |      |      |     |
|----------|-------|------|-------|-------|------|------|-----|
| $\alpha$ | 0.005 | 0.01 | 0.025 | 0.05  | 0.1  | 0.25 | 0.5 |
| $z$      | 2.576 | 2.33 | 1.96  | 1.645 | 1.28 | 0.67 | 0   |

۱. 3      ۲. 4      ۳. 5      ۴. 6

۵- کدام گزینه در مورد ناحیه رد  $H_0$  آزمون های دوطرفه صحیح است؟

۱.  $p - value \leq \alpha$       ۲.  $2p - value \leq \alpha$       ۳.  $\alpha \leq p - value$       ۴.  $\alpha \leq 2p - value$

۶- در مسأله آزمون فرضی که تعداد نمونه کمتر از 30 و واریانس نامعلوم و جامعه نرمال باشد، از چه آماره ای برای آزمون فرض استفاده می شود؟

۱.  $\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma} \sim z$       ۲.  $\frac{\bar{x} - \mu_0}{s} \sim z$       ۳.  $\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma} \sim t_{n-1}$       ۴.  $\frac{\bar{x} - \mu_0}{s} \sim t_{n-1}$

۷- آماره آزمون علامت برای انجام آزمون آماری زیر و با استناد بر داده های داده شده، کدام است؟

$$\begin{cases} H_0: \mu = 10 \\ H_1: \mu \neq 10 \end{cases}, 7, 7, 8, 9, 10, 10, 10, 12, 13, 15$$

۱. 3      ۲. 4      ۳. 10      ۴. 0.12

۸- اگر در آزمون رتبه با علامت ویلکاکسن، میزان تفاوت ها به صورت جدول زیر باشد، مجموع رتبه های منفی کدام است؟

|       |    |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|----|
| تفاوت | -1 | +2 | -2 | +4 | +4 |
|-------|----|----|----|----|----|

۱. 12      ۲. 6      ۳. 3.5      ۴. 11.5

۹- از بین چهار واریانس داده شده در مجموع، کدام یک کاراتر است؟

$$Var(\hat{\theta}_1) = \frac{1}{n}$$

$$Var(\hat{\theta}_2) = \frac{1}{n^2}$$

$$Var(\hat{\theta}_3) = \frac{1}{n!}$$

$$Var(\hat{\theta}_4) = \frac{1}{2^n}$$

۱.  $\hat{\theta}_1$       ۲.  $\hat{\theta}_2$       ۳.  $\hat{\theta}_3$       ۴.  $\hat{\theta}_4$

۱۰- در برآورد فاصله ای که به صورت [13,23] به دست آمده است، کدام گزینه می تواند خطای این برآورد فاصله ای را نشان دهد؟

۱. اطلاعات کافی نیست.      ۲. 18      ۳. 5      ۴. 3

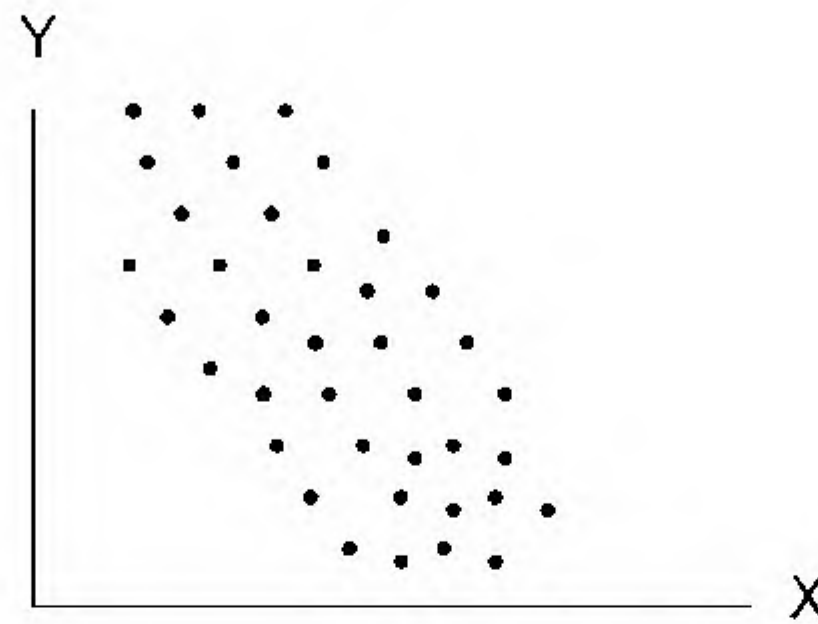
۱۱- جهت یافتن حد پایین تلرانس آزاد - توزیع که با احتمال 0.99 دست کم 99 درصد از توزیع را شامل باشد، نمونه با چه اندازه ای مناسب است؟

۱. 58      ۲. 90      ۳. 298      ۴. 458

۱۲- اگر تعداد نمونه 0.75 درصد کاهش یابد طول فاصله اطمینان برای میانگین جامعه چه تغییری می کند؟

۱. تغییری نمی کند      ۲. نصف می شود  
۳. با این اطلاعات قابل محاسبه و تحلیل نیست.      ۴. دو برابر می شود

۱۳- کدام گزینه نوع همبستگی بین دو متغیر  $X, Y$  در نمودار زیر را به درستی نشان می دهد؟



۱. عدم همبستگی  
۲. همبستگی معکوس  $-1 < r < 0$   
۳. همبستگی کامل و معکوس  $r = -1$   
۴. همبستگی مستقیم  $0 < r < 1$

۱۴- اگر معادله خط رگرسیونی به ازای 10 مشاهده به فرم  $\hat{Y} = 2X + 4$  باشد، کدام گزینه می تواند یکی از معادلات دستگاه معادله نرمال دریافتن ضرایب این معادله خط رگرسیون باشد؟

۱.  $\sum X_i Y_i = 2 \sum X_i + 40$   
۲.  $\sum Y_i^2 = 2 \sum X_i Y_i + 40$   
۳.  $\sum Y_i = 2 \sum X_i + 40$   
۴.  $\sum Y_i = 2 \sum X_i^2 + 4 \sum X_i$

۱۵- اگر برای متغیرهای تصادفی  $X, Y$  داشته باشیم:  $E(X)=2, E(Y)=1, E(Y|X)=\alpha+\beta X$  آنگاه کدام رابطه بین  $\alpha$  و  $\beta$  می تواند برقرار باشد؟

۱.  $\alpha + \beta = 2$   
۲.  $\alpha + \beta = 1$   
۳.  $\alpha + 2\beta = 1$   
۴.  $2\alpha + \beta = 1$

۱۶- اگر  $\sum X_i = 10, \sum Y_i = 20, \sum X_i Y_i = 60, \sum X_i^2 = 30, \sum Y_i^2 = 120, n = 4$  باشد، مقدار ضریب همبستگی ( $r$ ) چند است؟

۱. -1  
۲. 0.1  
۳. 0.86  
۴. 1



۱۷- در تحلیل واریانس دو طرفه با یک مشاهده کدام گزینه صحیح است؟

۱.  $X_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j$

۲.  $SS(Tr) = k \sum_j (\bar{X}_{0j} - \bar{X}_{00})^2$  مجموع مربعات تیماری

۳.  $SS(Tr) = n \sum_j (\bar{X}_{0j} - \bar{X}_{00})^2$  مجموع مربعات تیماری

۴.  $SS(Tr) = n \sum_i (\bar{X}_{i0} - \bar{X}_{00})^2$  مجموع مربعات تیماری

۱۸- در تحلیل واریانس یکطرفه با جدول زیر مقدار درجه آزادی خطا چند است؟

|         |   |   |   |   |
|---------|---|---|---|---|
| تیمار 1 | 2 | 5 | 7 | 8 |
| تیمار 2 | 4 | 5 | 6 |   |
| تیمار 3 | 3 | 5 | 7 |   |

۱. 7      ۲. 12      ۳. 9      ۴. 6

۱۹- جدول تحلیل واریانس دوطرفه با یک مشاهده دارای چند ردیف است؟

۱. 3      ۲. 4      ۳. 5      ۴. 6

۲۰- مدت زمان سپری شده برای سه دستگاه یکسان در تولید کالایی خاص، اطلاعات حاصل از 4 بار آزمایش در جدول زیر آورده شده است. با فرض اینکه مدت زمانها از توزیع نرمال با واریانس های یکسان تبعیت کنند، برای تساوی میانگینها، آماره آزمون چند است؟

|          |   |   |   |   |
|----------|---|---|---|---|
| دستگاه 1 | 4 | 5 | 7 | 4 |
| دستگاه 2 | 8 | 4 | 3 | 1 |
| دستگاه 3 | 7 | 8 | 2 | 7 |

۱.  $\frac{16}{27}$       ۲.  $\frac{4}{6}$       ۳.  $\frac{4}{9}$       ۴.  $\frac{6}{4}$



## سوالات تشریحی

۱- با توجه به ماتریس تصمیم گیری  $D$ ، شیوه تصمیم  $d[x]$  و تابع توزیع احتمال پیشین، مقدار توابع مخاطره  $R(d, \theta) \forall \theta$  را بیابید و در مورد نتایج آن تفسیر کنید.

$$D = \begin{matrix} & \theta = 2 & \theta = 4 & \theta = 8 \end{matrix} \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$d[x] = \begin{cases} a_1 & 1 \leq \theta < 2 \\ a_2 & 2 \leq \theta < 4 \\ a_3 & 4 \leq \theta \end{cases}$$

$$\pi(z) = \frac{1}{z}, \quad \forall z \geq 1$$



$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

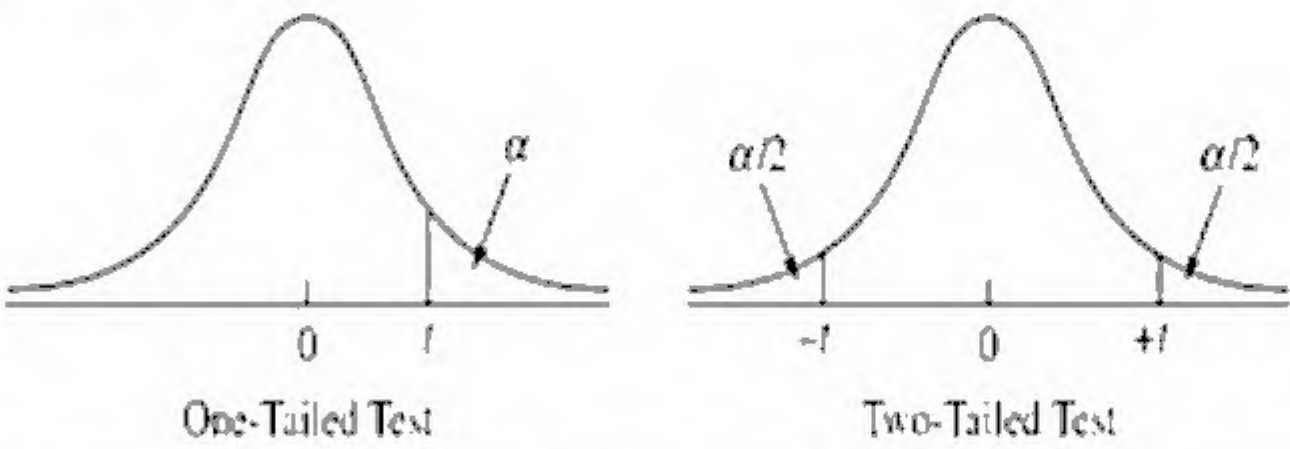
*Sample1*: 108,108,110,113,114,115,118,120,121,125

*Sample2*: 111,111,113,115,115,118,119,119,120,121

| N  | 0.1 | 0.05 | 0.02 | 0.01 | N  | 0.1 | 0.05 | 0.02 | 0.01 |
|----|-----|------|------|------|----|-----|------|------|------|
| 5  | 0   | -    | -    | -    | 28 | 130 | 116  | 101  | 91   |
| 6  | 2   | 0    | -    | -    | 29 | 140 | 126  | 110  | 100  |
| 7  | 3   | 2    | 0    | -    | 30 | 151 | 137  | 120  | 109  |
| 8  | 5   | 3    | 1    | 0    | 31 | 163 | 147  | 130  | 118  |
| 9  | 8   | 5    | 3    | 1    | 32 | 175 | 159  | 140  | 128  |
| 10 | 10  | 8    | 5    | 3    | 33 | 187 | 170  | 151  | 138  |
| 11 | 13  | 10   | 7    | 5    | 34 | 200 | 182  | 162  | 148  |
| 12 | 17  | 13   | 9    | 7    | 35 | 213 | 195  | 173  | 159  |
| 13 | 21  | 17   | 12   | 9    | 36 | 227 | 208  | 185  | 171  |
| 14 | 25  | 21   | 15   | 12   | 37 | 241 | 221  | 198  | 182  |
| 15 | 30  | 25   | 19   | 15   | 38 | 256 | 235  | 211  | 194  |
| 16 | 35  | 29   | 23   | 19   | 39 | 271 | 249  | 224  | 207  |
| 17 | 41  | 34   | 27   | 23   | 40 | 286 | 264  | 238  | 220  |
| 18 | 47  | 40   | 32   | 27   | 41 | 302 | 279  | 252  | 233  |
| 19 | 53  | 46   | 37   | 32   | 42 | 319 | 294  | 266  | 247  |
| 20 | 60  | 52   | 43   | 37   | 43 | 336 | 310  | 281  | 261  |
| 21 | 67  | 58   | 49   | 42   | 44 | 353 | 327  | 296  | 276  |
| 22 | 75  | 65   | 55   | 48   | 45 | 371 | 343  | 312  | 291  |
| 23 | 83  | 73   | 62   | 54   | 46 | 389 | 361  | 328  | 307  |
| 24 | 91  | 81   | 69   | 61   | 47 | 407 | 378  | 345  | 322  |
| 25 | 100 | 89   | 76   | 68   | 48 | 426 | 396  | 362  | 339  |
| 26 | 110 | 98   | 84   | 75   | 49 | 446 | 415  | 379  | 355  |
| 27 | 119 | 107  | 92   | 83   | 50 | 466 | 434  | 397  | 373  |

۳- با استفاده از یکی از روش های راستنمایی ماکزیمم (MLE) یا گشتاور، برآوردکننده هایی برای پارامترهای توزیع یکنواخت، برآورد نمایید. (یک روش کافیست.)

Percentage Points of the t Distribution



| df | Level of Significance for One-Tailed Test |       |       |       |       |        |        |        |        |
|----|-------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|
|    | .25                                       | .20   | .15   | .10   | .05   | .025   | .01    | .005   | .0005  |
|    | Level of Significance for Two-Tailed Test |       |       |       |       |        |        |        |        |
|    | .50                                       | .40   | .30   | .20   | .10   | .05    | .02    | .01    | .001   |
| 1  | 1.000                                     | 1.376 | 1.963 | 3.078 | 6.314 | 12.706 | 31.821 | 63.657 | 63.662 |
| 2  | .816                                      | 1.061 | 1.386 | 1.886 | 2.920 | 4.303  | 6.965  | 9.925  | 31.599 |
| 3  | .765                                      | .978  | 1.250 | 1.638 | 2.353 | 3.182  | 4.541  | 5.841  | 12.924 |
| 4  | .741                                      | .911  | 1.190 | 1.533 | 2.132 | 2.776  | 3.747  | 4.604  | 8.610  |
| 5  | .727                                      | .920  | 1.156 | 1.476 | 2.015 | 2.571  | 3.365  | 4.032  | 6.869  |
| 6  | .718                                      | .906  | 1.134 | 1.440 | 1.943 | 2.447  | 3.143  | 3.707  | 5.959  |
| 7  | .711                                      | .896  | 1.119 | 1.415 | 1.895 | 2.365  | 2.998  | 3.499  | 5.408  |
| 8  | .706                                      | .889  | 1.108 | 1.397 | 1.860 | 2.306  | 2.896  | 3.355  | 5.041  |
| 9  | .703                                      | .883  | 1.100 | 1.383 | 1.833 | 2.262  | 2.821  | 3.250  | 4.781  |
| 10 | .700                                      | .879  | 1.093 | 1.372 | 1.812 | 2.228  | 2.764  | 3.169  | 4.587  |
| 11 | .697                                      | .876  | 1.088 | 1.363 | 1.796 | 2.201  | 2.718  | 3.106  | 4.437  |
| 12 | .695                                      | .873  | 1.083 | 1.356 | 1.782 | 2.179  | 2.681  | 3.055  | 4.318  |
| 13 | .694                                      | .870  | 1.079 | 1.350 | 1.771 | 2.160  | 2.650  | 3.012  | 4.221  |
| 14 | .692                                      | .868  | 1.076 | 1.345 | 1.761 | 2.145  | 2.624  | 2.977  | 4.140  |
| 15 | .691                                      | .866  | 1.074 | 1.341 | 1.753 | 2.131  | 2.602  | 2.947  | 4.073  |
| 16 | .690                                      | .865  | 1.071 | 1.337 | 1.746 | 2.120  | 2.583  | 2.921  | 4.015  |
| 17 | .689                                      | .863  | 1.069 | 1.333 | 1.740 | 2.110  | 2.567  | 2.898  | 3.965  |
| 18 | .688                                      | .862  | 1.067 | 1.330 | 1.734 | 2.101  | 2.552  | 2.878  | 3.922  |
| 19 | .688                                      | .861  | 1.066 | 1.328 | 1.729 | 2.093  | 2.539  | 2.861  | 3.883  |
| 20 | .687                                      | .860  | 1.064 | 1.325 | 1.725 | 2.086  | 2.528  | 2.845  | 3.850  |
| 21 | .686                                      | .859  | 1.063 | 1.323 | 1.721 | 2.080  | 2.518  | 2.831  | 3.819  |
| 22 | .686                                      | .858  | 1.061 | 1.321 | 1.717 | 2.074  | 2.508  | 2.819  | 3.792  |
| 23 | .685                                      | .858  | 1.060 | 1.319 | 1.714 | 2.069  | 2.500  | 2.807  | 3.768  |
| 24 | .685                                      | .857  | 1.059 | 1.318 | 1.711 | 2.064  | 2.492  | 2.797  | 3.745  |
| 25 | .684                                      | .856  | 1.058 | 1.316 | 1.708 | 2.060  | 2.485  | 2.787  | 3.725  |
| 26 | .684                                      | .856  | 1.058 | 1.315 | 1.706 | 2.056  | 2.479  | 2.779  | 3.707  |
| 27 | .684                                      | .855  | 1.057 | 1.314 | 1.703 | 2.052  | 2.473  | 2.771  | 3.690  |
| 28 | .683                                      | .855  | 1.056 | 1.313 | 1.701 | 2.048  | 2.467  | 2.763  | 3.674  |
| 29 | .683                                      | .854  | 1.055 | 1.311 | 1.699 | 2.045  | 2.462  | 2.756  | 3.659  |
| 30 | .683                                      | .854  | 1.055 | 1.310 | 1.697 | 2.042  | 2.457  | 2.750  | 3.646  |

| شماره<br>سوال | پاسخ صحیح |
|---------------|-----------|
| 1             | د         |
| 2             | ج         |
| 3             | ج         |
| 4             | ج         |
| 5             | ب         |
| 6             | د         |
| 7             | الف       |
| 8             | ج         |
| 9             | ج         |
| 10            | ج         |
| 11            | د         |
| 12            | د         |
| 13            | ب         |
| 14            | ج         |
| 15            | ج         |
| 16            | د         |
| 17            | د         |
| 18            | الف       |
| 19            | ب         |
| 20            | ب         |

۱- اگر ماتریس زیر نشان دهنده یک ماتریس تصمیم گیری باشد، به ازای سه توزیع احتمال پیشین  $P_1 = \frac{1}{4}, P_1 = \frac{2}{4}, P_1 = \frac{3}{4}$  کدام اقدام با کمترین زیان است؟

|       | $\theta_1$ | $\theta_2$ |
|-------|------------|------------|
| $a_1$ | 10         | 20         |
| $a_2$ | 30         | 20         |

۱.  $(a_1, a_1, a_1)$     ۲.  $(a_2, a_2, a_2)$     ۳.  $(a_1, a_2, a_2)$     ۴.  $(a_1, a_1, a_2)$

۲- در دو شیوه تصمیم گیری مقادیر زیر موجود است، کدام گزینه صحیح است؟  $R(d,.)$  تابع مخاطره است)

$$R(d_1, 72) = 39951, R(d_1, 75) = 54019$$

$$R(d_2, 72) = 40801, R(d_2, 75) = 53528$$

$$P(\mu = 72) = \frac{2}{3}, P(\mu = 75) = \frac{1}{3}$$

۱.  $d_1$  شیوه تصمیم گیری بهتری است.

۲.  $d_2$  شیوه تصمیم گیری بهتری است.

۳. هر دو شیوه تصمیم گیری  $d_1$  و  $d_2$  یکسان هستند.

۴. برای نظر دادن در مورد ارزیابی شیوه های تصمیم گیری اطلاعات دیگری هم لازم است که داده نشده است.

۳- تابع چگالی زیر مفروض است:  $f(x, \theta) = \begin{cases} (1+\theta)x^\theta & \theta > 0, 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$  اگر  $H_0: \theta = 2$  ,  $H_1: \theta = 1$  و ناحیه بحرانی

به صورت  $\{x | x < 0.25\}$  باشد، خطای نوع دوم کدام است؟

۴.  $\frac{1}{64}$

۳.  $\frac{15}{16}$

۲.  $\frac{1}{4}$

۱.  $\frac{1}{16}$



۴- اگر  $\alpha=0.05$  و  $\beta=0.1$  و  $\mu_0=72$  و  $\mu_1=75$  و  $\sigma=2$  و آزمون دوطرفه باشد، تعداد  $n$  موردنیاز به عنوان اندازه نمونه چند باشد، مناسب است؟

|          |       |      |       |       |      |      |     |
|----------|-------|------|-------|-------|------|------|-----|
| $\alpha$ | 0.005 | 0.01 | 0.025 | 0.05  | 0.1  | 0.25 | 0.5 |
| $z$      | 2.576 | 2.33 | 1.96  | 1.645 | 1.28 | 0.67 | 0   |

۱. 3      ۲. 4      ۳. 5      ۴. 6

۵- اگر در جامعه غیرنرمال نمونه ۶۴ تایی اخذ گردد که  $s=8, \bar{x}=98$  باشد، آماره آزمون برای انجام آزمون  
 $H_0: \mu=100$   
 $H_1: \mu<100$   
 چند است؟

۱.  $\frac{1}{4}$       ۲.  $-\frac{1}{4}$       ۳. 2      ۴. -2

۶- در مسأله آزمون فرضی که تعداد نمونه کمتر از 30 و واریانس معلوم و جامعه نرمال باشد، از چه آماره ای برای آزمون فرض استفاده می شود؟

۱.  $\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim z$       ۲.  $\frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim z$       ۳.  $\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$       ۴.  $\frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$

۷- کدام گزینه نشان دهنده آزمون فرض زوجی است؟

۱. نمره درس یک استاد در دو کلاس متفاوت  
 ۲. اثرات یک نوع ورزش بر دو گروه متفاوت  
 ۳. اثرات دو نوع ورزش متفاوت روی یک گروه  
 ۴. میزان فروش دو نوع محصول در طی روزهای یک ماه

۸- اگر در آزمون رتبه با علامت ویلکاکسن، میزان تفاوت ها به صورت جدول زیر باشد، مجموع رتبه های مثبت کدام است؟

|    |    |    |    |    |       |
|----|----|----|----|----|-------|
| +4 | +4 | -2 | +2 | -1 | تفاوت |
|----|----|----|----|----|-------|

۱. 12      ۲. 6      ۳. 3.5      ۴. 11.5

۹- اگر با بزرگ شدن اندازه نمونه  $n$  (از لحاظ احتمال)  $\hat{\theta}(n)$  به سمت  $\theta$  میل کند،  $\hat{\theta}(n)$  چه نوع برآورد کننده ای است؟

۱. برآورد کننده ناریب      ۲. برآورد کننده کارا      ۳. برآورد کننده سازگار      ۴. برآورد کننده خوب

۱۰- برای توزیع به فرم  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  تابع درستنمایی ماکزیمم به چه صورت است؟

۱.  $\lambda^n e^{-\lambda^n x^n}$       ۲.  $\lambda^n e^{-\lambda \sum x_i}$       ۳.  $\lambda^n e^{-n\lambda x}$       ۴.  $\lambda^n e^{-\lambda \pi x_i}$

۱۱- جهت یافتن حد پایین تفرانس آزاد - توزیع که با احتمال 0.95 دست کم 99 درصد از توزیع را شامل باشد، نمونه با چه اندازه ای مناسب است؟

۱. 58      ۲. 90      ۳. 298      ۴. 458

۱۲- اگر تعداد نمونه ۴ برابر شود طول فاصله اطمینان برای میانگین جامعه نرمال با واریانس معلوم چه تغییری می کند؟

۱. تغییری نمی کند      ۲. نصف می شود      ۳. یک چهارم می شود      ۴. دو برابر می شود

۱۳- معادله لگاریتمی  $\ln(Y) = \ln(C) - \frac{B}{t}$  معادل کدام معادله رگرسیون است؟

۱.  $Y = C^{-\frac{B}{t}}$       ۲.  $Y = C.e^{-\frac{B}{t}}$       ۳.  $Y = (-\frac{B}{t})^C$       ۴.  $Y = e^{(C-\frac{B}{t})}$

۱۴- اگر معادله خط رگرسیونی به ازای 10 مشاهده به فرم  $\hat{Y} = 2X + 4$  باشد، کدام گزینه می تواند یکی از معادلات دستگاه معادله نرمال دریافتن ضرایب این معادله خط رگرسیون باشد؟

۱.  $\sum X_i Y_i = 2 \sum X_i + 40$       ۲.  $\sum Y_i^2 = 2 \sum X_i Y_i + 40$   
۳.  $\sum Y_i = 2 \sum X_i + 40$       ۴.  $\sum Y_i = 2 \sum X_i^2 + 4 \sum X_i$

۱۵- اگر برای متغیرهای تصادفی x, y داشته  $E(X)=1, E(Y)=2, E(Y|X)=\alpha+\beta x$  آنگاه کدام رابطه بین  $\alpha$  و  $\beta$  می تواند برقرار باشد؟

۱.  $\alpha+\beta=2$       ۲.  $\alpha+\beta=1$       ۳.  $\alpha+2\beta=1$       ۴.  $2\alpha+\beta=1$

۱۶- اگر  $\sum X_i = 10, \sum Y_i = 20, \sum X_i Y_i = 60, \sum X_i^2 = 30, \sum Y_i^2 = 120, n = 4$  باشد، مقدار ضریب همبستگی (r) چند است؟

۱. -1      ۲. 0.1      ۳. 0.86      ۴. 1



۱۷- با توجه به جدول مقابل مقدار MSE (میانگین مربعات خطا) (میانگین مربعات خطای درون دسته ها) چند است؟

| منبع خطا            | درجه آزادی | میانگین مربعات | آماره F |
|---------------------|------------|----------------|---------|
| تیمار (بین دسته ها) |            | 10             | 5       |
| خطا (درون دسته ها)  | 20         |                |         |

۱. 2      ۲. 40      ۳. 10      ۴. 5

۱۸- در تحلیل واریانس دوطرفه عبارت  $c \sum_i (\bar{X}_{i0} - \bar{X}_{00})^2$  کدام گزینه را نشان می دهد؟

۱. خطای میان ستونی      ۲. خطای میان سطری      ۳. پس مانده خطا      ۴. مجموع خطا

۱۹- بدون در نظر گرفتن مجموع اثرات در جدول آنالیز واریانس، منابع تغییرات در تحلیل واریانس دوطرفه با یک مشاهده چند مورد هستند؟

۱. 3      ۲. 4      ۳. 5      ۴. 6

۲۰- اطلاعات حاصل از 4 بار اندازه گیری مدت زمان سپری شده در تولید کالایی خاص برای سه دستگاه یکسان، در جدول زیر آورده شده است. با فرض اینکه مدت زمانها از توزیع نرمال با واریانس های یکسان تبعیت کنند، برای تساوی میانگینها، آماره آزمون چند است؟

|          |   |   |   |   |
|----------|---|---|---|---|
| دستگاه 1 | 4 | 5 | 7 | 4 |
| دستگاه 2 | 8 | 4 | 3 | 1 |
| دستگاه 3 | 7 | 8 | 2 | 7 |

۱.  $\frac{16}{27}$       ۲.  $\frac{4}{6}$       ۳.  $\frac{4}{9}$       ۴.  $\frac{6}{4}$

## سوالات تشریحی

۱- اگر  $l(a, \theta) = \frac{1}{a^2 \theta^2}$  باشد که  $1 \leq a \leq 2, 1 \leq \theta \leq 2$  و  $f(\theta) = Tri(1, \frac{3}{2}, 2)$  (توزیع مثلثی) باشد، با  $1 \leq \theta \leq 2$

روش اصل بیزین، مناسب ترین اقدام کدام است و مقدار زیانش چقدر است؟

۲- تعداد بیماران آنفلونزای مشاهده شده در 8 شهر قبل و بعد از دریافت خدمات بهداشتی به صورت جدول ذیل است. در سطح معنی دار بودن 0.01

الف) با آزمون میانگین ها همراه با تفسیر مناسب بررسی نمایید آیا خدمات بهداشتی در کاهش مبتلایان مؤثر بوده است یا خیر؟

ب) آماره آزمون ویلکاکسن (رتبه علامت دار) را برای این آزمون بیابید.

| شهر | ۱  | ۲  | ۳   | ۴   | ۵  | ۶  | ۷   | ۸   |
|-----|----|----|-----|-----|----|----|-----|-----|
| قبل | ۸۰ | ۹۰ | ۸۵  | ۱۱۵ | ۹۵ | ۹۵ | ۱۰۰ | ۱۲۰ |
| بعد | ۷۵ | ۸۰ | ۱۰۰ | ۸۰  | ۹۰ | ۹۵ | ۱۰۵ | ۱۰۰ |

جدول توزیع  $t$

| $n$<br>$\alpha$ | 7    | 8    | 9    | 10   | 14   | 15   | 16   |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0.005           | 3.50 | 3.36 | 3.25 | 3.17 | 2.98 | 2.95 | 2.92 |
| 0.01            | 3.00 | 2.90 | 2.82 | 2.76 | 2.62 | 2.60 | 2.58 |

۳- با فرض آنکه در نمونه ای 11 تایی از دانش آموزان در خصوص دو متغیر X به عنوان متوسط زمان مطالعه روزانه

بر حسب ساعت و Y به عنوان معدل ترم، اطلاعات زیر در دست است. آزمون  $\begin{cases} H_0: \beta = 1 \\ H_1: \beta > 1 \end{cases}$  را در سطح

$\alpha=0.01$  انجام دهید و تفسیرش را بیان نمایید اگر بدانید  $S_{xx}=40, S_{yy}=200, S_{xy}=80$  باشد.

| $\alpha$ | 0.005 | 0.01  | t  |
|----------|-------|-------|----|
|          | 3.250 | 2.821 | 9  |
|          | 3.169 | 2.764 | 10 |
|          | 3.106 | 2.718 | 11 |
|          |       |       | n  |

جداول مورد نیاز احتمالی:

| $\alpha$ | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 |
|----------|------|-------|------|-------|
| z        | 1.64 | 1.96  | 2.33 | 2.575 |

جدول توزیع t

| n        | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   |
|----------|------|------|------|------|------|
| $\alpha$ |      |      |      |      |      |
| 0.005    | 3.25 | 3.17 | 3.11 | 3.05 | 3.01 |
| 0.01     | 2.82 | 2.76 | 2.72 | 2.68 | 2.65 |

۴- با استفاده از یکی از روش های راستنمایی ماکزیمم (MLE) یا گشتاور، برآوردکننده هایی برای پارامترهای توزیع نرمال، برآورد نمایید. (یک روش کافیست).

| شماره<br>سوال | باسخ صحيح |
|---------------|-----------|
| 1             | الف       |
| 2             | الف       |
| 3             | ج         |
| 4             | ج         |
| 5             | د         |
| 6             | الف       |
| 7             | ج         |
| 8             | د         |
| 9             | ج         |
| 10            | ب         |
| 11            | ج         |
| 12            | ب         |
| 13            | ب         |
| 14            | ج         |
| 15            | الف       |
| 16            | د         |
| 17            | الف       |
| 18            | ب         |
| 19            | الف       |
| 20            | ب         |



۱- جداول زیر هزینه و احتمال انتخاب 2 اقدام یک مسأله تصمیم گیری را با شیوه تصمیم گیری d نشان می دهد. مخاطره این شیوه تصمیم گیری، در حالت  $\theta_1$  کدام است.

| احتمال | $\theta_1$ | $\theta_2$ |
|--------|------------|------------|
| a1     | 0.3        | 0.6        |
| a2     | 0.7        | 0.4        |

| هزینه | $\theta_1$ | $\theta_2$ |
|-------|------------|------------|
| a1    | 200        | 150        |
| a2    | 160        | 180        |

۱۸۰ .۴

۱۷۵ .۳

۱۷۲ .۲

۱۶۲ .۱

۲- کدام گزینه در مورد خطاهای نوع اول و دوم صحیح است؟

۱. جمع خطاهای اول و دوم همواره برابر یک است.

۲. خطای نوع دوم همواره بزرگتر از خطای نوع اول است.

۳. با کاهش خطای نوع اول، خطای نوع دوم نیز کاهش می یابد.

۴. با افزایش حجم نمونه همواره خطای نوع اول کاهش می یابد.

۳- اگر تابع زیان و تابع توزیع احتمال پیشین به صورت زیر تعریف شوند، مقدار امید ریاضی زیان به ازای اقدام  $a=2$  یعنی (2) چند است؟

$$l(a, \theta) = \frac{\theta}{a} ; \forall 0 \leq a \leq 4 , 0 \leq \theta \leq 2$$

$$\pi(z) = \frac{z}{2} ; \forall 0 \leq z \leq 2$$

۸/۳ .۴

۴/۳ .۳

۳/۴ .۲

۱ .۱



۴- جداول زیر هزینه انتخاب 2 اقدام یک مسأله تصمیم گیری نشان می دهد. اگر احتمال رخ دادن  $\theta_1$  برابر با 0.2 باشد، هزینه انتخاب اقدام a1 براساس روش بیز و بدون انجام تجربه کدام است؟

| هزینه | $\theta_1$ | $\theta_2$ |
|-------|------------|------------|
| a1    | 200        | 150        |
| a2    | 160        | 180        |

۱. ۱۶۰      ۲. ۱۷۶      ۳. ۱۷۵      ۴. ۱۶۸

۵- در یک آزمون فرض دو طرفه برابری میانگین های دو جامعه نرمال مستقل با واریانس های معلوم و برابر با 5 و 3، تفاضل میانگینهای دو نمونه برابر با 0.9 می باشد. اگر اندازه نمونه ها مساوی و 12 باشد، مقدار آماره آزمون کدام است؟

۱. ۱.۱۰      ۲. ۱.۲۱      ۳. ۰.۹۱      ۴. ۱.۶۴

۶- در آزمون فرض برابری میانگینهای دو جامعه نرمال مستقل با واریانسهای مجهول ولی مساوی با اندازه نمونه های 12 و 10، آماره آزمون دارای کدام توزیع است؟

۱. نرمال استاندارد      ۲. t با ۲۰ درجه آزادی      ۳. t با ۲۱ درجه آزادی      ۴. t با ۱۱ درجه آزادی

۷- آماره آزمون علامت برای انجام آزمون آماری زیر و با استناد بر داده های داده شده، کدام است؟

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 10 \\ H_1 : \mu \neq 10 \end{cases}, 7, 7, 8, 9, 10, 10, 10, 12, 13, 15$$

۱. ۳      ۲. ۴      ۳. ۱۰      ۴. ۰.۱۲

۸- در یک آزمون دو طرفه تساوی میانگین های دو جامعه با 12 مشاهده زوجی، تعداد زوجهایی که تفاضل آنها منفی شده است برابر با 8 است. اگر مقدار بحرانی آزمون برابر با 4 باشد، در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱. فرض تساوی میانگین ها پذیرفته می شود.

۲. فرض تساوی میانگین ها رد می شود.

۳. پذیرش یا رد فرض تساوی میانگین ها بستگی به مقدار خطای نوع اول دارد.

۴. برای تصمیم گیری نیاز به اندازه نمونه بیشتر می باشد.

۹- در آزمون رتبه با علامت ویلکاکسون برای مشاهدات زوجی، مجموع رتبه های اعداد منفی برابر با 48.5 می باشد. اگر تعداد مشاهدات برابر با 20 باشد مجموع رتبه های اعداد مثبت کدام است؟

۱. ۹۵.۵      ۲. ۲۱۰      ۳. ۱۶۱.۵      ۴. ۶۶.۵

۱۰- در نمودارهای OC مربوط به آزمون مقایسه واریانسهای دو جامعه نرمال، محور افقی نمودار مبین چیست؟

۱. نسبت واریانسهای دو جامعه

۲. نسبت انحراف معیارهای دو جامعه

۳. تفاضل واریانسهای دو جامعه

۴. تفاضل انحراف معیارهای دو جامعه

۱۱- یک نمونه 4 تایی از یک متغیر تصادفی نمایی ( $f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad x > 0$ ) به صورت  $\{20, 25, 25, 30\}$  گرفته شده است. برآورد پارامتر این توزیع به روش گشتاوری کدام است؟

۱. ۲۵

۲. ۰/۴

۳. ۲۰

۴. ۰/۵

۱۲- برآورد حداکثر درستنمایی پارامتر توزیع نمایی ( $f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad x > 0$ ) کدام است؟

۱. حداقل مقدار نمونه

۲. حداکثر مقدار نمونه

۳. متوسط مقادیر نمونه

۴. معکوس متوسط مقادیر نمونه

۱۳- اگر توزیع پسین پارامتر  $\theta$  به صورت  $p(\theta = 0, 1, \dots, 10) = \binom{10}{\theta} 0.3^\theta 0.7^{10-\theta}$  باشد در صورت برآورد بیزی این پارامتر کدام است؟

۱. ۰.۳

۲. ۰.۷

۳. ۳.۳۳

۴. ۱.۴۲۸

۱۴- فاصله اطمینان تفاضل میانگینهای دو جامعه نرمال با اندازه نمونه های مساوی (20.94 و 15.56) است. برآورد نقطه ای تفاضل میانگین ها کدام است؟

۱. ۱۸.۲۵

۲. ۱۸.۱۲

۳. ۱۷.۹۶

۴. ۱۷.۸۸

۱۵- روش مرسوم برای برآورد پارامترهای مدل رگرسیون خطی کدام است؟

۱. روش حداکثر درستنمایی

۲. روش گشتاوری

۳. روش بیزی

۴. روش حداقل مربعات خطا

۱۶- در یک مدل رگرسیونی با اندازه نمونه 10،  $\sum x_i^2 = 2286$ ،  $\sum x_i y_i = 596$ ،  $\sum y_i = 18$ ،  $\sum x_i = 120$  می باشد در این صورت ضریب زوایه خط رگرسیونی کدام است؟

۱. ۲.۲۲۶

۲. ۰.۴۴۹

۳. ۳.۵۹۱

۴. ۰.۲۷۸

۱۷- مدل برآوردی رگرسیونی به صورت  $\hat{y}_i = a + 0.2x_i$  است. اگر میانگین مقدار متغیر مستقل 10 و مقدار میانگین متغیر وابسته 20 باشد در این صورت عرض از مبدا برآوردی مدل کدام است کدام است؟

۱. ۱۸

۲. ۶

۳. ۸

۴. ۱۰

۱۸- در یک مدل رگرسیون خطی ساده با اندازه نمونه 20، درجه آزادی مجموع مربعات خطا و مجموع مربعات رگرسیونی به ترتیب کدام است؟

۲ و ۱۷ .۴

۲ و ۱۸ .۳

۱ و ۱۸ .۲

۱ و ۱۹ .۱

۱۹- در مدل‌های تحلیل واریانس در صورتیکه واریانس بین تیمارها یا طرز کارها افزایش یابد، آنگاه مقدار آماره آزمون چگونه است؟

۱. افزایش می یابد.

۲. کاهش می یابد.

۳. ثابت می ماند.

۴. تغییر می کند ولی افزایش یا کاهش آن بستگی به داده‌ها دارد.

۲۰- در مدل تحلیل واریانس یک طرفه، مقدار آماره آزمون برابر با 3.26 می باشد اگر میانگین مربعات خطا 2.25 باشد، مجموع مربعات بین سطوح عامل که دارای 5 رده می باشد کدام است؟

۳.۴۵ .۴

۲.۷۶ .۳

۳۶.۶۷۵ .۲

۲۹.۳۴ .۱

### سوالات تشریحی

۱- دو تحلیلگر، نمونه‌هایی از مخزن آب آشامیدنی یک شهر گرفته‌اند و میزان سختی آب را اندازه‌گیری کرده‌اند. با توجه به خلاصه نتایج اعلام توسط آنها (مقادیر زیر)، آیا می‌توان اثبات کرد که تحلیلگر دوم (Y) تمایل به ثبت مقادیر بزرگتری برای سختی آب داشته است؟ آیا می‌توان اثبات کرد که این تحلیلگر به طور متوسط حداقل 0.05 سختی را بیشتر اعلام کرده است؟ (خطای نوع اول: 5 درصد)

$$\bar{x} = 0.48 \quad \sum_{i=1}^8 x_i^2 = 1.899 \quad \bar{y} = 0.567 \quad \sum_{i=1}^8 y_i^2 = 3.7747$$



۲- یک طراح هواپیما از نظر تئوری اثبات کرده است که رنگ آمیزی هواپیما سرعت آنرا در یک قدرت مشخص و تنظیم بال معین، کاهش می‌دهد. برای آزمایش تجربی این موضوع شش هواپیمای بیرون آمده از خط مونتاژ را پیش و بعد از رنگ آمیزی آزمایش کرده است و نتایج زیر حاصل شده است. آیا این نتایج نظریه این طراح را تأیید می‌کند؟ (خطای نوع اول: 5 درصد)

| هواپیما                   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   |
|---------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| سرعت رنگ آمیزی نشده (mph) | 289 | 286 | 283 | 288 | 283 | 289 |
| سرعت رنگ آمیزی شده (mph)  | 286 | 285 | 279 | 283 | 281 | 286 |

۳- محققى حدس می‌زند رابطه خطی بین درصد خلوص اکسیژن استحصال شده در یک فرآیند تقطیر و درصد هیدروکربن موجود در دستگاه وجود دارد. به منظور بررسی این حدس، با تنظیم چندباره درصد هیدروکربن موجود در دستگاه، درصد خلوص اکسیژن استحصالی را اندازه کرده است و نتایج زیر بدست آمده است. به نظر شما این حدس درست است؟ فاصله اطمینان برای میانگین درصد خلوص اکسیژن به ازای درصد هیدروکربن 0.95 تعیین کنید. (خطای نوع اول: 5 درصد و  $F_{0.05,1,18} = 4.38$ )

|                  |       |                    |       |                     |       |                       |       |                      |       |       |
|------------------|-------|--------------------|-------|---------------------|-------|-----------------------|-------|----------------------|-------|-------|
| هیدروکربن (X)    | 1.02  | 1.11               | 1.43  | 1.11                | 1.01  | 0.95                  | 1.11  | 0.87                 | 1.43  | 1.02  |
| اکسیژن (Y)       | 86.91 | 89.85              | 90.28 | 86.34               | 92.58 | 87.33                 | 86.21 | 91.86                | 95.61 | 89.86 |
| هیدروکربن (X)    | 1.46  | 1.55               | 1.55  | 1.55                | 1.40  | 1.15                  | 1.01  | 0.99                 | 0.95  | 0.96  |
| اکسیژن (Y)       | 96.73 | 99.42              | 98.66 | 96.07               | 93.65 | 87.31                 | 95.00 | 96.85                | 85.2  | 90.56 |
| $\sum X = 23.63$ |       | $\sum Y = 1836.28$ |       | $\sum X^2 = 28.992$ |       | $\sum Y^2 = 168978.2$ |       | $\sum XY = 2182.164$ |       |       |

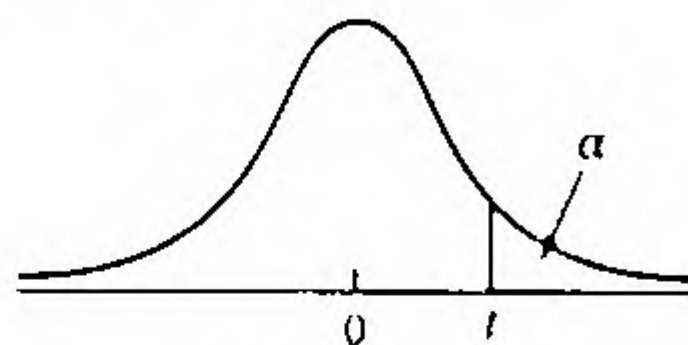
۴- به منظور بررسی تأثیر دمای کوره بر چگالی یک نوع آجر، آزمایشهایی با تنظیم دما و اندازه‌گیری چگالی آجر انجام شده است و نتایج زیر حاصل شده است. آیا دمای کوره بر چگالی آجر تأثیرگذار است؟ (خطای نوع اول: 5 درصد و  $F_{0.05,3,12} = 3.49$ )

| دما (F) | چگالی آجر |      |      |      |
|---------|-----------|------|------|------|
| 10      | 21.8      | 21.9 | 21.7 | 21.6 |
| 125     | 21.7      | 21.4 | 21.5 | 21.5 |
| 150     | 21.9      | 21.8 | 21.8 | 21.6 |
| 175     | 21.9      | 21.7 | 21.8 | 21.7 |

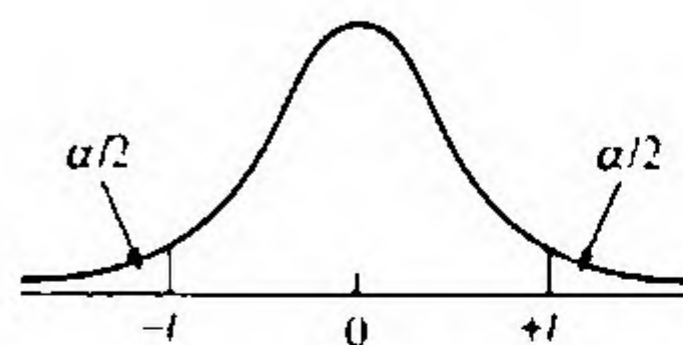
[illegible]



# Percentage Points of the t Distribution



One-Tailed Test



Two-Tailed Test

| df       | Level of Significance for One-Tailed Test |       |       |       |       |        |        |        |        |
|----------|-------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|
|          | .25                                       | .20   | .15   | .10   | .05   | .025   | .01    | .005   | .0005  |
|          | Level of Significance for Two-Tailed Test |       |       |       |       |        |        |        |        |
|          | .50                                       | .40   | .30   | .20   | .10   | .05    | .02    | .01    | .001   |
| 1        | 1.000                                     | 1.376 | 1.963 | 3.078 | 6.314 | 12.706 | 31.821 | 63.657 | 63.662 |
| 2        | .816                                      | 1.061 | 1.386 | 1.886 | 2.920 | 4.303  | 6.965  | 9.925  | 31.599 |
| 3        | .765                                      | .978  | 1.250 | 1.638 | 2.353 | 3.182  | 4.541  | 5.841  | 12.924 |
| 4        | .741                                      | .941  | 1.190 | 1.533 | 2.132 | 2.776  | 3.747  | 4.604  | 8.610  |
| 5        | .727                                      | .920  | 1.156 | 1.476 | 2.015 | 2.571  | 3.365  | 4.032  | 6.869  |
| 6        | .718                                      | .906  | 1.134 | 1.440 | 1.943 | 2.447  | 3.143  | 3.707  | 5.959  |
| 7        | .711                                      | .896  | 1.119 | 1.415 | 1.895 | 2.365  | 2.998  | 3.499  | 5.408  |
| 8        | .706                                      | .889  | 1.108 | 1.397 | 1.860 | 2.306  | 2.896  | 3.355  | 5.041  |
| 9        | .703                                      | .883  | 1.100 | 1.383 | 1.833 | 2.262  | 2.821  | 3.250  | 4.781  |
| 10       | .700                                      | .879  | 1.093 | 1.372 | 1.812 | 2.228  | 2.764  | 3.169  | 4.587  |
| 11       | .697                                      | .876  | 1.088 | 1.363 | 1.796 | 2.201  | 2.718  | 3.106  | 4.437  |
| 12       | .695                                      | .873  | 1.083 | 1.356 | 1.782 | 2.179  | 2.681  | 3.055  | 4.318  |
| 13       | .694                                      | .870  | 1.079 | 1.350 | 1.771 | 2.160  | 2.650  | 3.012  | 4.221  |
| 14       | .692                                      | .868  | 1.076 | 1.345 | 1.761 | 2.145  | 2.624  | 2.977  | 4.140  |
| 15       | .691                                      | .866  | 1.074 | 1.341 | 1.753 | 2.131  | 2.602  | 2.947  | 4.073  |
| 16       | .690                                      | .865  | 1.071 | 1.337 | 1.746 | 2.120  | 2.583  | 2.921  | 4.015  |
| 17       | .689                                      | .863  | 1.069 | 1.333 | 1.740 | 2.110  | 2.567  | 2.898  | 3.965  |
| 18       | .688                                      | .862  | 1.067 | 1.330 | 1.734 | 2.101  | 2.552  | 2.878  | 3.922  |
| 19       | .688                                      | .861  | 1.066 | 1.328 | 1.729 | 2.093  | 2.539  | 2.861  | 3.883  |
| 20       | .687                                      | .860  | 1.064 | 1.325 | 1.725 | 2.086  | 2.528  | 2.845  | 3.850  |
| 21       | .686                                      | .859  | 1.063 | 1.323 | 1.721 | 2.080  | 2.518  | 2.831  | 3.819  |
| 22       | .686                                      | .858  | 1.061 | 1.321 | 1.717 | 2.074  | 2.508  | 2.819  | 3.792  |
| 23       | .685                                      | .858  | 1.060 | 1.319 | 1.714 | 2.069  | 2.500  | 2.807  | 3.768  |
| 24       | .685                                      | .857  | 1.059 | 1.318 | 1.711 | 2.064  | 2.492  | 2.797  | 3.745  |
| 25       | .684                                      | .856  | 1.058 | 1.316 | 1.708 | 2.060  | 2.485  | 2.787  | 3.725  |
| 26       | .684                                      | .856  | 1.058 | 1.315 | 1.706 | 2.056  | 2.479  | 2.779  | 3.707  |
| 27       | .684                                      | .855  | 1.057 | 1.314 | 1.703 | 2.052  | 2.473  | 2.771  | 3.690  |
| 28       | .683                                      | .855  | 1.056 | 1.313 | 1.701 | 2.048  | 2.467  | 2.763  | 3.674  |
| 29       | .683                                      | .854  | 1.055 | 1.311 | 1.699 | 2.045  | 2.462  | 2.756  | 3.659  |
| 30       | .683                                      | .854  | 1.055 | 1.310 | 1.697 | 2.042  | 2.457  | 2.750  | 3.646  |
| 40       | .681                                      | .851  | 1.050 | 1.303 | 1.684 | 2.021  | 2.423  | 2.704  | 3.551  |
| 50       | .679                                      | .849  | 1.047 | 1.299 | 1.676 | 2.009  | 2.403  | 2.678  | 3.496  |
| 100      | .677                                      | .845  | 1.042 | 1.290 | 1.660 | 1.984  | 2.364  | 2.626  | 3.390  |
| $\infty$ | .674                                      | .842  | 1.036 | 1.282 | 1.645 | 1.960  | 2.326  | 2.576  | 3.291  |

| شماره سوال | پاسخ صحیح |
|------------|-----------|
| 1          | ب         |
| 2          | د         |
| 3          | ب         |
| 4          | الف       |
| 5          | الف       |
| 6          | ب         |
| 7          | الف       |
| 8          | د         |
| 9          | ج         |
| 10         | ب         |
| 11         | ب         |
| 12         | د         |
| 13         | ج         |
| 14         | الف       |
| 15         | د         |
| 16         | ب         |
| 17         | الف       |
| 18         | ب         |
| 19         | الف       |
| 20         | الف       |

۱- کدام گزینه تعریف تحت الشعاع بودن  $a$  نسبت به  $a^*$  را به درستی نشان می دهد؟

۱.  $\forall \theta; l(a, \theta) \leq l(a^*, \theta)$
۲.  $\forall \theta; l(a^*, \theta) \leq l(a, \theta)$
۳.  $\forall a; l(a, \theta) \leq l(a^*, \theta)$
۴.  $\forall a; l(a^*, \theta) \leq l(a, \theta)$

۲- اگر تابع زیان و تابع توزیع احتمال پیشین به صورت زیر تعریف شوند، مقدار امید ریاضی زیان به ازای اقدام  $a=2$  یعنی  $l(2)$  چند است؟

$$l(a, \theta) = \frac{\theta}{a}; \quad \forall 0 \leq a \leq 4, \quad 0 \leq \theta \leq 2$$

$$\pi(z) = \frac{z}{2}; \quad \forall 0 \leq z \leq 2$$

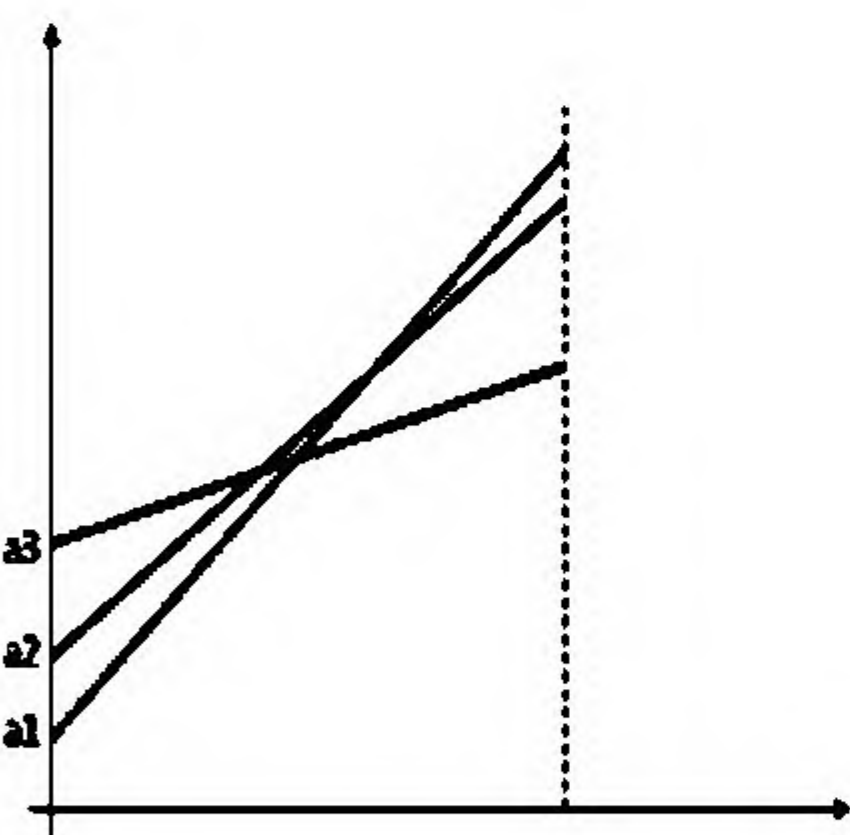
۴.  $\frac{8}{3}$

۳.  $\frac{4}{3}$

۲.  $\frac{3}{4}$

۱. 1

۳- در مورد نمودار امید ریاضی زیان زیر کدام گزینه صحیح است؟



۱.  $a_1$  تحت الشعاع  $a_2$  است.

۲.  $a_2$  تحت الشعاع  $a_3$  است.

۳. هیچ اقدامی تحت الشعاع دیگری نیست.

۴. بدون تعیین اعداد محل تلاقی تحت الشعاع بودن قابل تشخیص نیست.

۴- عبارت  $\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c (X_{ij} - \bar{X}_{00})^2$  که در آن  $\bar{X}_{00} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{X_{ij}}{rc}$  می باشد، دارای چند درجه آزادی است؟

۴.  $(c-1)(r-1)$

۳.  $c(r-1)$

۲.  $rc-1$

۱.  $r(c-1)$

## ۵- کدام گزینه صحیح نیست؟

۱. ناحیه پذیرش همواره به صورت یک فاصله بیان می شود.
۲. ناحیه عدم پذیرش را ناحیه بحرانی می نامند.
۳. برای هر شیوه تصمیم گیری، یک متغیر تصادفی، یک اندازه نمونه و یک ناحیه پذیرش وجود دارد.
۴. منحنی ویژگی عملکرد، در قالبی احتمالی بیان می شود.

## ۶- با توجه به مقادیر تابع توزیع پیشین و پسین زیر، کدام تحلیل صحیح است؟

$$\pi(\theta_1) = 0.2, \pi(\theta_2) = 0.8, g(\theta_1) = 0.7, g(\theta_2) = 0.3$$

۱. تصمیم گیرنده فرد خبره ای است.
۲. نظرات تصمیم گیرنده با توجه به ماتریس تصمیم گیری دستخوش تغییرات زیادی شده است.
۳. ماتریس تصمیم گیری چندان بر روی نظرات تصمیم گیرنده موثر نبوده است.
۴. نظرات تصمیم گیرنده دارای ثبات بوده است.

## ۷- کدام گزینه در مورد خطاهای نوع اول و دوم صحیح است؟

۱. جمع خطاهای اول و دوم همواره برابر یک است.
۲. خطای نوع دوم همواره بزرگتر از خطای نوع اول است.
۳. با کاهش خطای نوع اول، خطای نوع دوم نیز کاهش می یابد.
۴. با افزایش حجم نمونه همواره خطای نوع اول کاهش می یابد.

## ۸- کدام گزینه در مورد ناحیه رد $H_0$ آزمون های دوطرفه صحیح است؟

$$1. \quad p\text{-value} \leq \alpha \quad 2. \quad 2p\text{-value} \leq \alpha \quad 3. \quad \alpha \leq p\text{-value} \quad 4. \quad \alpha \leq 2p\text{-value}$$

## ۹- در آزمونی که متوسط طول پیچ های تولیدی مدنظر است، اگر در یک نمونه 40 تایی از جامعه نمایی، مقادیر

$$s = 0.5, \bar{x} = 2.5 \text{ به دست آمده باشد، مقدار آماره آزمون مناسب و نوع توزیع آماری آن کدام است؟}$$

$$1. \quad \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1) \quad 2. \quad \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1) \quad 3. \quad \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim t_n \quad 4. \quad \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim t_{n-1}$$



۱۰- در آزمون فرض تفاضل میانگین ها از دو جامعه نرمال با واریانس های برابر، با اطلاعات زیر مقدار آماره آزمون چند است؟

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 3 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 3 \end{cases}, \quad \bar{x}_1 = 10, \bar{x}_2 = 15, s_1 = 3, s_2 = 4, n_1 = 16, n_2 = 25$$

۴.  $-1/88$

۳.  $1/88$

۲.  $-6/85$

۱.  $6/85$

۱۱- ناحیه رد در آزمون نسبت واریانس ها کدام است؟

۲.  $F \leq f_{1-\alpha, n_1-1, n_2-1}, F \geq f_{\alpha, n_1-1, n_2-1}$

۱.  $F \leq f_{1-\frac{\alpha}{2}, n_1-1, n_2-1}, F \geq f_{\frac{\alpha}{2}, n_1-1, n_2-1}$

۴.  $F \leq f_{1-\alpha, n_2-1, n_1-1}, F \geq f_{\alpha, n_2-1, n_1-1}$

۳.  $F \leq f_{1-\frac{\alpha}{2}, n_2-1, n_1-1}, F \geq f_{\frac{\alpha}{2}, n_2-1, n_1-1}$

۱۲- آماره آزمون علامت برای انجام آزمون آماری زیر و با استناد بر داده های داده شده، کدام است؟

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 10 \\ H_1 : \mu \neq 10 \end{cases}, \quad 7, 7, 8, 9, 10, 10, 10, 12, 13, 15$$

۴.  $0/12$

۳.  $10$

۲.  $4$

۱.  $3$

۱۳- به ازای مقادیر  $s_1 = 4, s_2 = 4, s_3 = 6$  مقدار آماره کاکرن چند است؟

۴.  $0/53$

۳.  $2/33$

۲.  $0/43$

۱.  $1/89$

۱۴- از بین چهار واریانس داده شده در مجموع، کدام یک کارا تر است؟

$$Var(\hat{\theta}_1) = \frac{1}{n}, Var(\hat{\theta}_2) = \frac{1}{n^2}, Var(\hat{\theta}_3) = \frac{1}{n!}, Var(\hat{\theta}_4) = \frac{1}{2^n}$$

۴.  $\hat{\theta}_4$

۳.  $\hat{\theta}_3$

۲.  $\hat{\theta}_2$

۱.  $\hat{\theta}_1$

۱۵- در مدل تحلیل واریانس یک طرفه، مقدار آماره آزمون برابر با  $2/38$  است. اگر میانگین مربعات خطا  $1/02$  باشد، مجموع مربعات بین سطوح عامل که دارای 6 رده است، کدام است؟

۴.  $9/710$

۳.  $0/412$

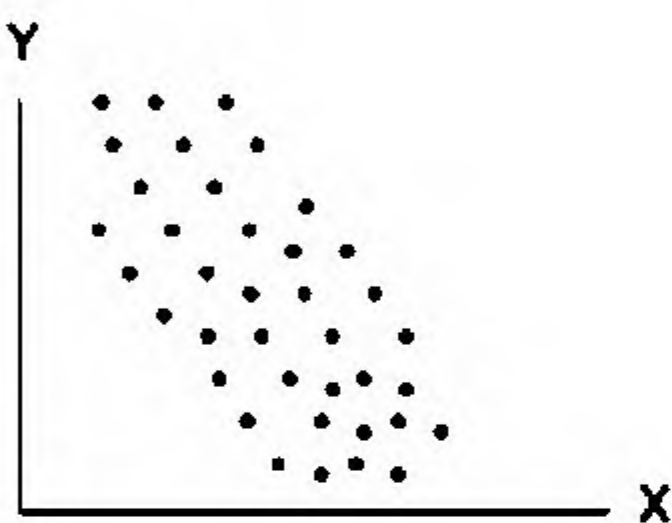
۲.  $12/138$

۱.  $2/428$

۱۶- در برآورد فاصله ای که به صورت [13,23] به دست آمده است، کدام گزینه می تواند خطای این برآورد فاصله ای را نشان دهد؟

۱. اطلاعات کافی نیست. ۲. 18 ۳. 5 ۴. 3

۱۷- کدام گزینه نوع همبستگی بین دو متغیر X، Y در نمودار زیر را به درستی نشان می دهد؟



۱. عدم همبستگی ۲. همبستگی معکوس  $-1 < r < 0$  ۳. همبستگی کامل و معکوس  $r = -1$  ۴. همبستگی مستقیم  $0 < r < 1$

۱۸- در معادله رگرسیون  $y = a + bx$  کدام گزینه می تواند یکی از معادلات نرمال در برآورد پارامترهای a یا b باشد؟

۱.  $y = a + bx$  ۲.  $\sum y = a + b \sum x$  ۳.  $\sum xy = a \sum x + b \sum x^2$  ۴.  $\sum y = a \sum x + b \sum x^2$

۱۹- در تحلیل واریانس دو طرفه با یک مشاهده کدام گزینه صحیح است؟

۱.  $x_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j$  ۲. مجموع مربعات تیماری  $SS(Tr) = k \sum_j (\bar{X}_{0j} - \bar{X}_{00})$  ۳. مجموع مربعات تیماری  $SS(Tr) = n \sum_j (\bar{X}_{0j} - \bar{X}_{00})^2$  ۴. مجموع مربعات تیماری  $SS(Tr) = n \sum_i (\bar{X}_{i0} - \bar{X}_{00})^2$

۲۰- در تحلیل واریانس یکطرفه با جدول زیر مقدار درجه آزادی خطا چند است؟

|         |   |   |   |   |
|---------|---|---|---|---|
| تیمار 1 | 2 | 5 | 7 | 8 |
| تیمار 2 | 4 | 5 | 6 |   |
| تیمار 3 | 3 | 5 | 7 |   |

۴. 6

۳. 9

۲. 12

۱. 7

### سوالات تشریحی

۱- آماره آزمون و ضوابط رد فرض را جهت آزمون فرض برابری میانگین های دو توزیع نرمال با فرض مجهول و نه لزوما مساوی بودن انحراف معیار ها، تعیین کنید.

۲- با توجه به ماتریس تصمیم گیری  $D$ ، شیوه تصمیم  $d[x]$  و تابع توزیع احتمال پیشین، مقدار توابع مخاطره  $R(d, \theta) \forall \theta$  را بیابید و در مورد نتایج آن تفسیر کنید.

$$D = \begin{matrix} & \theta=2 & \theta=4 & \theta=8 \\ \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$d[x] = \begin{cases} a_1 & 1 \leq \theta < 2 \\ a_2 & 2 \leq \theta < 4 \\ a_3 & 4 \leq \theta \end{cases}$$

$$\pi(z) = \frac{1}{z}, \quad \forall z \geq 1$$

۳- جدول تحلیل واریانس با رده بندی یکطرفه را به همراه بیان شیوه محاسباتی آن تشکیل دهید.

۴- در تابع توزیع یکنواخت پیوسته، با استفاده از روش گشتاورها برآوردی برای پارامترهای این توزیع بیابید.

| شماره<br>سوال | پاسخ صحیح |
|---------------|-----------|
| 1             | ب         |
| 2             | ب         |
| 3             | ج         |
| 4             | ب         |
| 5             | الف       |
| 6             | ب         |
| 7             | د         |
| 8             | ب         |
| 9             | ب         |
| 10            | ب         |
| 11            | الف       |
| 12            | الف       |
| 13            | د         |
| 14            | ج         |
| 15            | ب         |
| 16            | ج         |
| 17            | ب         |
| 18            | ج         |
| 19            | د         |
| 20            | الف       |



۱- برای اینکه  $a^*$  تحت الشعاع  $a$  باشد کدام گزینه تعریف صحیح را نشان می دهد؟

۱.  $E(l(a, \theta)) \leq E(l(a^*, \theta)) \quad \forall \theta$   
 ۲.  $l(a, \theta) \leq l(a^*, \theta) \quad \forall \theta$   
 ۳.  $l(a^*, \theta) \leq l(a, \theta) \quad \forall \theta$   
 ۴.  $E(l(a^*, \theta)) \leq E(l(a, \theta)) \quad \forall \theta$

۲- اگر در یک ماتریس تصمیم، توزیع های احتمالی پیشین به صورت

$$P_1 = P(\theta = \theta_1 = 20) = 0.2, \quad P_2 = P(\theta = \theta_2 = 30) = 0.3, \quad P_3 = P(\theta = \theta_3 = 40) = 0.5$$

اساس نمونه از یک توزیع یکنواخت به صورت  $U[10, b]$  باشد، بر اساس یک نمونه واحد مقدار توزیع پسین به ازای  $\theta_1 = 20$  چند است؟

۱. 0.07  
 ۲. 0.28  
 ۳. 0.14  
 ۴. 0.58

۳- تابع چگالی زیر مفروض است:  $f(x, \theta) = \begin{cases} (1 + \theta)x^\theta & \theta > 0, 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{therwise} \end{cases}$  اگر  $H_0: \theta = 2$  ,  $H_1: \theta = 1$  و ناحیه بحرانی

به صورت  $\{x | x < 0.25\}$  باشد، خطای نوع اول کدام است؟

۱.  $\frac{1}{4}$   
 ۲.  $\frac{1}{64}$   
 ۳.  $\frac{1}{16}$   
 ۴.  $\frac{15}{16}$

۴- کدام گزینه صحیح است؟

۱. در هر آزمونی همواره ادعا در فرض  $H_0$  قرار می گیرد.  
 ۲. در هر آزمونی همواره ادعا در فرض  $H_1$  قرار می گیرد.  
 ۳. در انجام هر آزمونی داشتن مقدار  $\alpha$  (سطح معنی دار بودن) الزامی است.  
 ۴. در آزمونی اگر  $\beta$  (خطای نوع دوم) را هم بدهند حتما می توان آزمون را انجام داد.

۵- در آزمون  $\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases}$  اگر  $s_1^2 = 20, s_2^2 = 5$  باشند، مقدار آماره آزمون کدام است؟

۱. اطلاعات برای تعیین آماره آزمون کافی نیست.  
 ۲. 4  
 ۳. 0.25  
 ۴. 2

۶- در یک فاصله اطمینان میانگین توزیع نرمال، اگر تعداد نمونه  $n$  و انحراف معیار معلوم و برابر  $\sigma$  باشد، در سطح معنی دار بودن  $\alpha$  طول فاصله اطمینان چقدر است؟

۱.  $\left(z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2$  ۲.  $2\left(z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2$  ۳.  $z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  ۴.  $2z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

۷- کدام گزینه نشان دهنده داده های زوجی است؟

۱. اثرات یک نوع ورزش بر دو گروه متفاوت  
۲. اثرات دو نوع ورزش متفاوت روی یک گروه  
۳. میزان فروش دو نوع محصول در طی روزهای یک ماه  
۴. نمره درس یک استاد در دو کلاس متفاوت

۸- اگر در آزمون رتبه با علامت ویلکاکسن، میزان تفاوت ها به صورت جدول زیر باشد، قدرمطلق مجموع رتبه های منفی کدام است؟

|       |   |    |    |      |      |
|-------|---|----|----|------|------|
| تفاوت | 0 | -1 | +1 | -2.5 | +1.5 |
|-------|---|----|----|------|------|

۱. 3 ۲. 4.5 ۳. 5.5 ۴. 6.5

۹- در فاصله اطمینان تفاضل میانگین ها کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر این بازه یک را پوشش ندهد نشان دهنده برابری میانگین ها است.  
۲. اگر این بازه یک را پوشش دهد نشان دهنده برابری میانگین ها است.  
۳. اگر این بازه صفر را پوشش دهد نشان دهنده برابری میانگین ها است.  
۴. اگر این بازه صفر را پوشش ندهد نشان دهنده برابری میانگین ها است.

۱۰- اگر  $\text{var}(\hat{\theta}_1) = \frac{1}{(n+1)^2}$ ،  $\text{var}(\hat{\theta}_2) = \frac{1}{(n+1)^3}$  باشند، کدام گزینه صحیح است؟

۱.  $\hat{\theta}_1$  همواره کاراتر از  $\hat{\theta}_2$  است.  
۲.  $\hat{\theta}_2$  همواره کاراتر از  $\hat{\theta}_1$  است.  
۳.  $\hat{\theta}_1$  به ازای  $n > 1$  کاراتر از  $\hat{\theta}_2$  است.  
۴.  $\hat{\theta}_2$  به ازای  $n > 1$  کاراتر از  $\hat{\theta}_1$  است.

۱۱- اگر  $\sum x_i y_i = 50$ ،  $\sum y_i^2 = 100$ ،  $\sum y_i = 25$ ،  $\sum x_i^2 = 50$ ،  $\sum x_i = 10$ ،  $n = 5$  باشند، در معادله رگرسیون  $Y = a + b.X + e$  برآورد ضریب  $b$  کدام است؟

۱. 2.5 ۲. 5 ۳. صفر ۴. 0.375

۱۲- کدام گزینه در مورد ضریب همبستگی و ضریب تعیین صحیح است؟

۱. ضریب همبستگی میزان وابستگی بین دو متغیر را نشان می دهد.
۲. ضریب همبستگی فقط بین دو متغیر قابل محاسبه است.
۳. ضریب همبستگی و ضریب تعیین از طریق یکدیگر قابل محاسبه هستند.
۴. ضریب همبستگی و ضریب تعیین می توانند مقادیر بین 1 و -1 را اخذ نمایند.

۱۳- معادله لگاریتمی  $Ln(Y) = Ln(C) - \frac{B}{t}$  معادل کدام معادله رگرسیون است؟

۱.  $Y = C^{-\frac{B}{t}}$
۲.  $Y = C.e^{-\frac{B}{t}}$
۳.  $Y = (-\frac{B}{t})^C$
۴.  $Y = e^{(C-\frac{B}{t})}$

۱۴- اگر معادله خط رگرسیونی به ازای 10 مشاهده به فرم  $\hat{Y} = 2X + 4$  باشد، کدام گزینه می تواند یکی از معادلات دستگاه معادله نرمال دریافتن ضرایب این معادله خط رگرسیون باشد؟

۱.  $\sum X_i Y_i = 2 \sum X_i + 40$
۲.  $\sum Y_i^2 = 2 \sum X_i Y_i + 40$
۳.  $\sum Y_i = 2 \sum X_i + 40$
۴.  $\sum Y_i = 2 \sum X_i^2 + 4 \sum X_i$

۱۵- جدول تحلیل واریانس چه زمانی استفاده می شود؟

۱. وقتی مقدار نسبت جوامع مورد مقایسه بیش از 2 باشد.
۲. وقتی مقدار میانگین جوامع مورد مقایسه بیش از 2 باشد.
۳. وقتی مقدار واریانس جوامع مورد مقایسه بیش از 2 باشد.
۴. برای میانگین ها، واریانس ها و نسبت های جوامع قابل مقایسه که تعدادشان بیش از 2 باشد، قابل استفاده است.

۱۶- رابطه ذیل در محاسبه توزیع پسین کدام حالت استفاده می شود؟

$$g_{\theta|X=x}(z) = \frac{P_{X|\theta=z}(x) \cdot \pi_{\theta}(z)}{\int_{-\infty}^{\infty} P_{X|\theta=z}(x) \cdot \pi_{\theta}(z) dz}$$

۱.  $\theta$  گسسته و  $X$  گسسته
۲.  $\theta$  پیوسته و  $X$  پیوسته
۳.  $\theta$  گسسته و  $X$  پیوسته
۴.  $\theta$  پیوسته و  $X$  گسسته



۱۷- در تحلیل واریانس دوطرفه عبارت  $c \sum_i (\bar{X}_{i0} - \bar{X}_{00})^2$  کدام گزینه را نشان می دهد؟

۱. خطای میان سطری      ۲. پس مانده خطا      ۳. مجموع خطا      ۴. خطای میان ستونی

۱۸- اگر در یک آزمون دوطرفه مربوط میانگین یک جامعه نرمال خطای نوع اول 0.05 و خطای نوع دوم 0.1 و  $\mu_0 = 72$  (مربوط به  $H_0$ ) و  $\mu_1 = 75$  (مربوط به  $H_1$ ) و انحراف معیار برابر 2 باشد، تعداد نمونه چه مقدار تقریب زده می شود؟  
( $z_{0.1}=1.28, z_{0.05}=1.645, z_{0.025}=1.96, z_{0.005}=2.576, z_{0.01}=2.326$ )

۱. 14      ۲. 11      ۳. 5      ۴. 4

۱۹- در بررسی مقاومت نوعی آلیاژ آزمون ذیل مطرح است. در سطح معنی دار بودن 0.05 مقدار آماره آزمون معادل 3.3 شده است و ناحیه رد به صورت  $z < -2.5$  است. نتیجه این آزمون چیست؟

$$\begin{cases} H_0: \mu = 25800 \\ H_1: \mu < 25800 \end{cases}$$

۱. فرض  $H_1$  رد می شود و مقاومت این آلیاژ کمتر از 25800 نیست.  
۲. فرض  $H_1$  رد می شود و مقاومت این آلیاژ کمتر از 25800 است.  
۳. فرض  $H_0$  رد می شود و مقاومت این آلیاژ بیش از 25800 است.  
۴. فرض  $H_0$  رد می شود و مقاومت این آلیاژ کمتر از 25800 است.

۲۰- در فاصله اطمینان تفاضل میانگین های دو جامعه نرمال، اگر فرض برابری واریانس های دو نمونه در نظر گرفته شود و مقادیر ذیل موجود باشند، کدام گزینه صحیح است؟

$$s_1^2 = 15, s_2^2 = 35, n_1 = n_2 = 11$$

۱.  $Sp = 25$  و آماره آزمون دارای توزیع  $t$  با 24 درجه آزادی است.  
۲.  $Sp = 5$  و آماره آزمون دارای توزیع  $t$  با 24 درجه آزادی است.  
۳.  $Sp = 25$  و آماره آزمون دارای توزیع  $t$  با 20 درجه آزادی است.  
۴.  $Sp = 5$  و آماره آزمون دارای توزیع  $t$  با 20 درجه آزادی است.



## سوالات تشریحی

۱- با استفاده از یکی از روش های راستنمایی ماکزیمم (MLE) یا گشتاور، برآوردکننده هایی برای پارامترهای توزیع نرمال، برآورد نمایید. (یک روش کافیست).

۲- برای کاهش سود بانک ها سه سناریو پیاده سازی شده و نتایج سود بانک ها به صورت جدول ذیل است. در سطح 0.01 تعیین کنید آیا سناریوها به یک اندازه مؤثر بوده اند یا خیر؟

|         |    |    |    |
|---------|----|----|----|
| جامعه 1 | 18 | 18 | 20 |
| جامعه 2 | 19 | 18 | 20 |
| جامعه 3 | 17 | 19 | 17 |

جدول توزیع F در سطح 0.01

|       |      |       |       |
|-------|------|-------|-------|
| $n_2$ |      |       |       |
| $n_1$ | 2    | 4     | 6     |
| 2     | 99.0 | 18.00 | 10.92 |
| 4     | 99.2 | 15.98 | 9.15  |
| 6     | 99.3 | 15.21 | 8.47  |

۳- اگر  $l(a, \theta) = \frac{1}{a^2 \theta^2}$  باشد که  $1 \leq a \leq 2, 1 \leq \theta \leq 2$  و  $f(\theta) = Tri(1, \frac{3}{2}, 2)$  (توزیع مثلثی) باشد، با روش

$$1 \leq \theta \leq 2$$

اصل بیزین، مناسب ترین اقدام کدام است و مقدار زیانش چقدر است؟

۴- به ازای جدول ذیل،

(الف) ضرایب رگرسیون و ضریب همبستگی را برآورد و تفسیر نمایید.

(ب) آیا در سطح 0.01 این دو نمونه مستقل از هم هستند؟ (در صورت نیاز به جداول توزیع های پیوسته به صورت پارامتری تحلیل کنید).

|     |     |     |     |     |   |
|-----|-----|-----|-----|-----|---|
| 30  | 25  | 20  | 15  | 10  | X |
| 100 | 150 | 200 | 150 | 100 | Y |

| نمبر<br>سوال | جواب صحيح |
|--------------|-----------|
| 1            | ب         |
| 2            | ج         |
| 3            | ب         |
| 4            | ج         |
| 5            | ب         |
| 6            | د         |
| 7            | ب         |
| 8            | ج         |
| 9            | ج         |
| 10           | ب         |
| 11           | ج         |
| 12           | ج         |
| 13           | ب         |
| 14           | ج         |
| 15           | ب         |
| 16           | د         |
| 17           | الف       |
| 18           | ج         |
| 19           | الف       |
| 20           | د         |